

# **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ БРОНХИАЛЬНОГО АНАСТОМОЗА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ С ПРИЛОЖЕНИЕМ К ЗАДАЧАМ ПРЕДОПЕРАЦИОННОЙ ПОДГОТОВКИ БРОНХОПЛАСТИЧЕСКИХ ВМЕШАТЕЛЬСТВ**

**Андреева С.Ю.**, магистр,

**Путрик М.Б.**, к. т. н., доцент,

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет им. Первого Президента России Б. Н. Ельцина», Екатеринбург, Россия

**Аннотация:** В работе рассматривается проблематика описания вязкоупругих свойств бронхиального дерева при планировании бронхопластических операций. В ходе работы речь идет о моделировании вязкоупругих свойств бронхиального анастомоза в рамках реологической конструкции бронха, связанных с нелинейной зависимостью напряжения от деформации при силовых воздействиях между соединенными частями бронхиального дерева после хирургических вмешательств.

**Ключевые слова:** бронхопластика, бронхиальный анастомоз, математическое моделирование, деформация, вязкоупругие свойства, реологические модели

В хирургии злокачественных опухолей легкого все чаще применяют резекции с последующей пластикой бронхов. При этом целесообразность выполнения подобных операций определяется в каждом отдельном случае индивидуально и как правило, в качестве основных факторов указывают распространение опухоли по бронху и функциональные показатели пациента.

На основании литературных данных большинство торакальных хирургов в своей практике используют анастомоз “конец в конец” [1]. При этом хирург сталкивается с проблемой различных диаметров бронхов при их сшивании, это

обусловлено сложной внутренней структурой легочных образований, и хирург может по-своему оценивать и реализовывать натяжение анастомозируемых бронхов, упуская фактор возникающей деформации, которая тесно связана с жесткостью и пределом прочности бронхиального дерева [2].

Стоит отметить, что свойства бронхиального дерева представляют сочетание вязкостных и эластичных характеристик, зависящих от деформации. Также бронх имеет сложную внутреннюю неоднородную структуру, состоящую из дискретных частей, в силу которых механические свойства материала различны по направлениям, т. е. при растяжении бронха площадь его поперечного сечения уменьшается, и следовательно, уменьшается растягивающее усилие из-за собственной жесткости оперируемого органа, посредством возникающей внутренней силы, препятствующей растяжению.

Таким образом, отсутствие учета вязкоупругих свойств бронхиального дерева может привести к послеоперационным осложнениям, т. к. при чрезмерном натяжении бронх начинает испытывать сильные внутренние напряжения, что увеличивает вероятность несостоятельности шва, частота нарушения которого в общей массе выполняемых операций составляет до 35 % [3].

Проблематика при описании вязкоупругих свойств структуры бронхиального дерева для этапов планирования при подготовке бронхопластических операций вызвана также сложностью математического моделирования, связанная с одноосным деформированием механических напряжений и деформаций.

На сегодняшний день в основном исследуются одномерные модели, в которых учитывается только одна ось движения [4]. Однако, даже при одноосной деформации важно учитывать поперечные деформации (так называемый коэффициент Пуассона), чтобы принимать во внимание воздействия между различными частями бронхиального дерева.

Таким образом, целью данной работы является математическое моделирование вязкоупругих свойств бронхиального анастомоза с учетом силовых воздействий между соединенными частями бронхиального дерева.

Согласно принципам нелинейной динамики, для учета вязкоупругих свойств бронхиального анастомоза, система должна быть описана деформациями упругих элементов и их производными по времени, т. е. вязкостью этих элементов.

Для достижения поставленной цели рассмотрим существующие реологические модели, позволяющие учитывать вязкоупругие свойства бронхиального анастомоза.

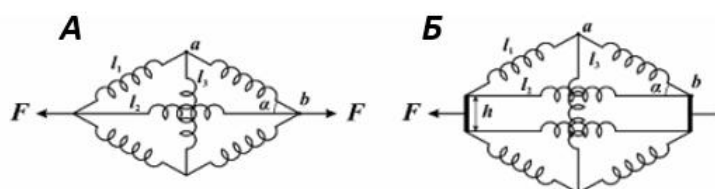


Рисунок 1 – Реологические модели, содержащие наклонные  $l_1$ , продольные  $l_2$  и поперечные элементы  $l_3$ :  $a - h = 0$ ;  $b - h \neq 0$

На рисунке 1 представлены конструкции со следующими обозначениями:

$\alpha$  – угол наклонного элемента;

$h$  – поперечник муфты закрепления;

$F$  – сила нагрузки на муфту;

$l, l_0$  – продольная длина, начальная продольная длина;

$l_1, l_2, l_3$  – длина наклонного, продольного и поперечного элементов;

$l_{01}, l_{02}, l_{03}$  – соответствующие начальные длины элементов;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – однородные относительные деформации элементов;

$\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dot{\varepsilon}_3$  – скорости деформаций элементов;

$K_1, K_2, K_3$  – коэффициенты жёсткости элементов.

Согласно условию равновесия упругих сил в точках  $a$  и  $b$  в проекциях на оси для модели  $b$ , представленной на рисунке 1 получим систему уравнений для относительных деформаций элементов  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

$$\begin{cases} \frac{2\varepsilon_1}{\mu_1} \cos \alpha + 2\varepsilon_2 = f, \\ \frac{2\varepsilon_1}{\mu_1} \sin \alpha + \frac{\varepsilon_3}{\mu_3} = 0, \end{cases}$$

где  $l_1 = l_{01}(1 + \varepsilon_1)$ ;  $l_2 = l_{02}(1 + \varepsilon_2)$ ;  $l_3 = l_{03}(1 + \varepsilon_3)$ ;

$$k_1 = K_1 l_{01}; k_2 = K_2 l_{02}; k_3 = K_3 l_{03}; f = \frac{F}{k_2}; \mu_1 = \frac{k_2}{k_1}; \mu_3 = \frac{k_2}{k_3}.$$

Из-за наличия тригонометрических функций, определяющих взаимное положение элементов, связь становится нелинейной, и объект описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений относительно деформаций и их производных.

В этой модели длина и деформация продольного элемента совпадают соответственно с полной длиной и деформацией  $l_0 = l_{02}$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_2$ . Исходную поперечную деформацию  $\varepsilon_3$  задаем в диапазоне  $(0, \varepsilon_{3max})$  и решение найдем как функцию  $\varepsilon_3$ . В результате получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon_1(\varepsilon_3) = - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_3 + 2 \frac{k_1}{k_3} \lambda(\lambda_3(1 + \varepsilon_3) - \gamma)}, \\ \varepsilon(\varepsilon_3) = -1 + \sqrt{y_1^2(\varepsilon_3) - (y_3 - \gamma)^2}, \\ f(\varepsilon_3) = \varepsilon(\varepsilon_3) + 2 \frac{k_1}{k_2 \lambda_1} \frac{(1 + \varepsilon(\varepsilon_3)) + \varepsilon_1(\varepsilon_3)}{1 + \varepsilon_1(\varepsilon_3)}, \end{cases}$$

где  $y_1(\varepsilon_3) = \lambda_1(1 + \varepsilon_1(\varepsilon_3))$ ;  $y_3(\varepsilon_3) = \lambda_3(1 + \varepsilon_3)$ ;  $\lambda_1 = \frac{l_{01}}{l_0}$ ;  $\lambda_3 = 2 \frac{l_{03}}{l_0}$ ;  $\gamma = \frac{h}{l_0}$ .

Согласно данным исследования, представленным на рисунке 2, кривая  $\varepsilon(\varepsilon_3)$  демонстрирует зависимость, связанную с распределением составляющих полной деформации. График зависимости нормированной силы от продольной деформации  $f(\varepsilon)$ , показанный на рисунке 3Б, отражает два предельных режима деформации и проявляет увеличение жёсткости всей конструкции при продольном удлинении. Этот эффект обусловлен как "тригонометрической" нелинейностью, так и таким эффектом, когда при больших деформациях более жёсткий элемент  $K_1$  начинает активно участвовать.

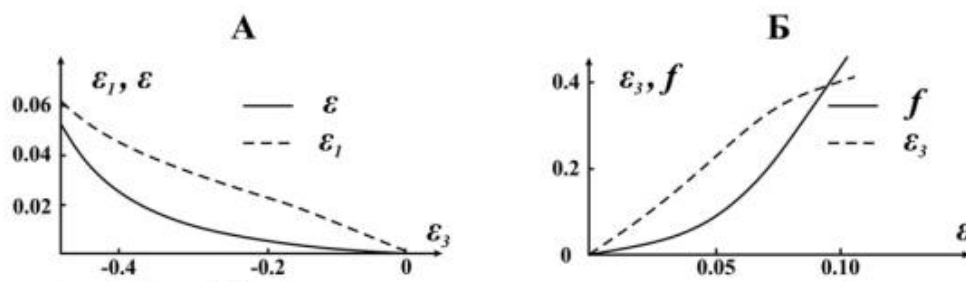


Рисунок 2 - (А) Сплошная линия – зависимость полной деформации  $\varepsilon$  в реологической модели от заданной деформации поперечного элемента  $\varepsilon_3$ ; штриховая линия – деформация наклонного элемента  $\varepsilon_1$ ; (Б) сплошная линия – зависимость силы  $f$  от полной продольной деформации  $\varepsilon$ ; штриховая линия – зависимость  $\varepsilon_3(\varepsilon)$ .

Рассмотрим влияние вязкости при использовании данных моделей. В качестве тестирующих механических воздействий используется периодическое воздействие механической деформации в виде синусоидальной или пилообразной формы с различной частотой. В первом случае мы задаем зависимость деформации первичного элемента модели от времени как периодическую функцию синусоидальной или пилообразной формы, предполагая наличие вязкости. Например, при деформации вязкого элемента  $\varepsilon_3(t)$  вязкая сила пропорциональна  $\eta_3 \dot{\varepsilon}_3(t)$ , где  $\eta_3$  - коэффициент вязкости. Мы решаем систему нелинейных уравнений, учитывая вязкую силу, пропорциональную скорости деформации, чтобы найти зависимости от времени деформации других элементов, общую продольную деформацию модели и результирующую силу  $F(t)$ . В такой постановке удаётся получить решение задачи, задавая деформацию того элемента, который обладает вязкостью.

При этом результаты численных экспериментов для вязкоупругих характеристик бронхиального шва показали, что неоднородность биомеханических характеристик бронхиального анастомоза исследуемого образца играет существенную роль в определении вязкоупругих характеристик бронхиального анастомоза.

Таким образом, согласно результатам исследования, в статических условиях бронхиальный анастомоз может быть представлен как комбинация трех типов первичных упругих элементов: продольных, наклонных и поперечных. Другими словами, увеличение общей жесткости происходит за счет того, что "мягкие" элементы работают при малых деформациях, в то время как "жесткие" элементы активизируются, когда наклонные элементы приобретают почти продольное направление. Это приводит к виду кривой напряжение-деформация модели, которая является "дважды-асимптотической". Для этого коэффициенты жесткости наклонных элементов должны быть значительно больше, чем у поперечных элементов, оставаясь постоянными при деформации.

Новизна такого решения состоит в том, что описывается нелинейная зависимость вязкоупругих свойств бронха от величины деформации, вызванная изменением некоторых частей бронхиального дерева посредством хирургических вмешательств, что в свою очередь позволяет учитывать деформацию на выделенном участке планируемой резекции бронхиального дерева, контролировать изменения формы и размеров бронхов на этом участке, и как следствие позволяет снизить риск несостоятельности бронхиального анастомоза.

### Литература

1. Амосов Н. М. Очерки торакальной хирургии / Н. М. Амосов – М.: Книга по требованию, 2013. – 708 с.
2. Андреева С. Ю. Проблематика определения интенсивности внутренних сил по сечению бронхопластических вмешательств при злокачественных новообразованиях легких / С. Ю. Андреева // Физика. Технологии. Инновации. ФТИ-2022. [Электронный ресурс]: тезисы докладов IX Международной молодежной научной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора С. П. Распопина, — URL: [Tezisy\\_FTF-2022\\_woISBN\\_1.0.pdf](https://tezisy_ftf-2022_woISBN_1.0.pdf) (urfu.ru)/ (дата обращения: 20.05.2022).

3. Печетов А.А., Грицюта А.Ю., Осложнения после анатомических резекций легких. Современное состояние проблемы (обзор литературы). Поволжский онкологический вестник. 2017; (31) 4: 90-98.

4. Соловьева С.Н., Андреева С.Ю., Руденко М.С., Цветков А.И. Применение моделей напряженно-деформированного состояния для анализа прочностного предела бронхиального анастомоза // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 7. – С. 58-62;