

Использование математических пакетов для визуализации кривых и поверхностей

Беляев П. Л. к. ф.-м.наук, доцент,

г. Бирск, ФГБОУ ВО Бирский филиал БашГУ

Информация, которая представлена в виде изображения, намного эффективнее воспринимается человеком. Если говорить о графике функций, то затруднительно пытаться объяснить, как он строится и как выглядит на словах. Так же рисовка графиков на доске или на листе является не лучшим вариантом, потому что является не точным, а так же чтобы построить аккуратный график нужно много времени, да и существование этого графика на доске недолговечно. Для этого существуют специальные математические пакеты, которые помогут не только студентам, не только преподавателям, но и обыкновенным обывателям для визуализации кривых и поверхностей.

При изучении поверхностей в курсе дифференциальной геометрии достаточно сложным является восприятие трёхмерных графиков. Для решения этой задачи, мы изучили несколько программных средств, таких как MathCAD, MathLab, Maple, Derive,

3
D

Grapher

и другие. Остановили свой выбор на программе 3

D

Grapher

В данной работе мы попытаемся описать конкретный опыт проведения расчетных – графических работ, практикуемые на физико-математическом факультете уже порядка десятка лет и на наш взгляд являющиеся эффективным, так как удачное сочетание математики и информатики дает неоспоримый эффект преподавания!

Используя методы классической дифференциальной геометрии, которые позволяют находить геометрические характеристики кривых и поверхностей в трехмерном Евклидовом пространстве.

В случае, когда нужно изучить конкретную кривую – нам необходимо ее аналитическое представление (уравнение): явное, неявное и параметрическое, иногда необходимо перейти к специальным системам координат, таким как полярно-сферическая, полярно-цилиндрическая и другие.

В процессе изучения конкретной кривой нами решены следующие задачи:

- Элементы сопровождающего трехгранника (триэдра), такие как: касательный вектор, вектор главной нормали, вектор бинормали и их орты.
- Сопровождающие ребра, как в произвольной точке, так и в конкретно взятой.
- Сопровождающие грани, как в произвольной точке, так и в конкретно взятой.
- Найдена кривизна и кручение гладкой кривой, как в произвольной точке, так и в конкретно взятой.

В случае, когда нужно изучить конкретную поверхность – нам необходимо ее аналитическое представление (уравнение): явное, неявное и параметрическое, иногда необходимо перейти к специальным системам координат, таким как полярно-сферическая, полярно - цилиндрическая и другие.

В процессе изучения конкретной поверхности нами решены следующие задачи:

- найдены первая и вторая квадратичная формы поверхности;
- найдены касательная плоскость и нормаль к поверхности в конкретно-взятой точке;
- найдены нормальная кривизна и найдена индикатриса Дюпена в конкретно-взятой точке;
- найдены полная и средняя кривизны поверхности;
- предпринята попытка найти замечательные линии на поверхности.

Для решения задачи визуализации любой поверхности в основном мы используем программу - 3D Grapher. Она является простой в использовании, но мощной программой для построения графиков кривых и поверхностей. Она позволяет создавать анимированные 2D и 3D графики уравнений и табличных данных. В одной системе координат может быть неограниченное количество графиков, каждый из которых может отображаться при помощи точек, линий и поверхностей. Функции могут быть параметрическими и могут включать временные переменные – данная функция позволяет создавать анимированные графики и модели. Вы можете с легкостью переворачивать созданные графики с помощью мыши, увеличивать их и просматривать под любым углом. Подвергать сомнению выбранную нами точку – принадлежит она исследуемой кривой или поверхности или нет. Помогает визуально доказать такие дифференциальные понятия как изометричность кривых и поверхностей (с точки зрения дифференциальной геометрии), пропорциональность коэффициентов

квадратичных форм - наложимостью одной поверхности на другую.

В перспективе в математических пакетах, таких как Maple, можно решать эти же задачи, но на более современном языке – тензорный язык, который позволяет абстрагироваться и перейти к более большим размерностям ($n > 3$). Но к сожалению, визуально это будет выглядеть очень необычно.

Литература

1. Александров Н. Д. Лекции по тензорному исчислению – Бирск: Бирск. фил. Баш. гос. ун-та, 2012. – 240 с., библиограф. 50, илл. 59.
2. Maple [электронный ресурс] (URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Maple>)
3. 3D Grapher [электронный ресурс] (URL: <http://www.twirpx.com/file/294760/>)
4. Базылев В.Т. Геометрия. Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч. Ч. 2.– М.: Просвещение, 1987.-352 с.