

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ

Нуриаслямова Р.Б., студент,
Русинов А.А., к.ф-м.н., доцент,
Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация: В данной статье рассматривается алгебраический подход к моделированию, который описывает его использование для анализа сложных систем и процессов. Как известно, в различных областях науки при решении поставленных задач и различных процессов используется алгебраическое моделирование. Таким образом, нами были рассмотрены основные понятия и определения, различные типы моделей и методы решения уравнений.

Ключевые слова: математическое моделирование, алгебраический подход, симметрия, инвариантность.

Математическое моделирование – это процесс создания математических моделей для описания, анализа и прогнозирования поведения реальных объектов, систем или процессов. Математическое моделирование позволяет изучать свойства объектов или систем без необходимости проведения дорогостоящих и опасных экспериментов на реальных объектах. Вместо этого, математические модели могут быть использованы для исследования различных сценариев и предсказания результатов, что может помочь в принятии обоснованных решений и оптимизации систем.

Математическое моделирование включает в себя несколько этапов: сбор и анализ данных, формулирование гипотез и предположений, создание математической модели, решение модели, интерпретация результатов и проверка их соответствия реальности.

Одним из ключевых преимуществ математического моделирования является возможность получения точных и количественных результатов, которые могут помочь в принятии решений. Однако, следует помнить, что

математические модели являются упрощенным представлением реальности, и результаты моделирования должны быть интерпретированы с учетом ограничений модели и возможных неучтенных факторов.

Подходы к математическому моделированию могут быть различными в зависимости от конкретной задачи и предмета исследования. Некоторые из наиболее распространенных подходов включают алгебраический подход, дифференциальные уравнения, стохастическое моделирование, агентное моделирование, системную динамику, нелинейное моделирование, оптимизацию, байесовский подход, теорию игр и квантовое моделирование. Каждый из этих подходов имеет свои преимущества и недостатки, и выбор подхода зависит от специфики задачи и требований к модели. Остановимся в рассмотрении алгебраического подхода в моделировании.

Алгебраический подход к математическому моделированию - это метод, основанный на использовании алгебраических методов для решения математических задач. Он включает в себя использование алгебраических уравнений, систем уравнений и операций для упрощения задач и приведения их к более удобному виду для решения.

Можно выделить следующие типы алгебраических моделей:

- Линейные модели - используются для описания прямых линий. Они представляют собой уравнения вида $y = mx + b$, где m - это наклон прямой, а b - ее точка пересечения с осью y .
- Нелинейные модели - используются для описания кривых. Они не имеют прямой связи между переменными, как в линейных моделях. Примером может служить парабола, которая описывается уравнением $y = ax^2 + bx + c$, где a , b и c - константы.
- Дискретные модели - используются для описания дискретных процессов. Они основаны на дискретных уравнениях, где время изменяется на равные интервалы. Примером может служить модель популяции, где изменение численности популяции происходит через равные промежутки времени.

- Стохастические модели - используются для моделирования случайных процессов. Они основаны на вероятностных моделях, где результаты зависят от случайных событий. Примером может служить моделирование броуновского движения частицы. [1]

Методы решения алгебраических уравнений:

- Метод Гаусса: этот метод используется для решения систем линейных уравнений. Он заключается в приведении системы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.
- Метод подстановки: этот метод заключается в замене одной переменной через другую, чтобы упростить уравнение. Затем выполняется подстановка и решение полученного уравнения.
- Метод исключения: этот метод также используется для решения систем линейных уравнений и заключается в исключении переменных из уравнений.

Существуют методы упрощения и преобразования алгебраических выражений: вынесение общего множителя за скобки, использование формул сокращённого умножения, приведение подобных слагаемых, раскрытие скобок, применение свойств степеней, которые мы изучаем ещё со школьной скамьи. Также в алгебре используются симметрия и инвариантность. Симметрия - это свойство объекта оставаться неизменным при некоторых преобразованиях. Инвариантность - это свойство величины оставаться неизменной при некоторых преобразованиях.[2]

Алгебраическое моделирование широко применяется в различных областях науки, таких как физика, химия, биология, экология и другие. В физике оно используется для описания движения тел, взаимодействия частиц, законов сохранения и т.д. В химии оно используется для описания химических реакций, свойств веществ, термодинамических процессов и т.п. В биологии алгебраическое моделирование используется для моделирования популяций, описания генетических процессов, исследования экосистем и т.д. Экологи используют алгебраическое моделирование для изучения влияния различных

факторов на окружающую среду, прогнозирования изменений климата и т.д. Также алгебраическое моделирование применяется в экономике, социологии, лингвистике и других областях.

Для постановки задачи в физике необходимо определить физические законы, которые описывают исследуемую систему, и выбрать соответствующие математические модели [3]. Затем необходимо определить начальные и граничные условия задачи, а также выбрать метод решения уравнений. После этого необходимо провести численный эксперимент и проанализировать полученные результаты.

В настоящее время активно развиваются методы машинного обучения и искусственного интеллекта, которые могут быть использованы для решения сложных задач моделирования. Также активно развиваются технологии больших данных, которые позволяют обрабатывать огромные объемы информации. Кроме того, развиваются методы оптимизации и управления рисками, которые могут быть полезны для решения задач моделирования.

В математике алгебраический подход часто используется для решения уравнений и систем уравнений. Например, можно использовать метод Гаусса для решения системы линейных уравнений.

Еще одним примером является решение кубического уравнения методом Кардано. Кубическое уравнение имеет вид:

$$x^3 + px + q = 0$$

Для решения этого уравнения используется формула Кардано:

$$x = s - \frac{a}{3}, \text{ где } s = \left(\frac{p}{2}\right) + \left(\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right)^{\frac{1}{2}}, a = \frac{p}{3}, b = \frac{q}{s}$$

Однако, этот метод работает только для уравнений, коэффициенты которых являются вещественными числами. Если коэффициенты являются комплексными числами, то необходимо использовать другие методы, такие как метод Феррари или метод Лагранжа.

Литература

1. Основы математического моделирования: учебное пособие / С.В. Звонарев. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 112 с.
2. Хакимзянов Г. С., Чубаров Л. Б., Воронина П. В. Математическое моделирование: В 2 ч.: Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2010. Ч. 1: Общие принципы математического моделирования. 148 с.
3. Русинов А.А., Александров Е.В. Математическая модель процесса всплытия одиночного пузырька газа в водной среде // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. 2017. № 2. С. 54-62.