О ДИФФУЗИОННОМ МЕХАНИЗМЕ ОБРАЗОВАНИЯ ГАЗОГИДРАТНЫХ ЧАСТИЦ В ПРОЦЕССЕ ИХ ВСПЛЫТИЯ В ВОДЕ

Нурдавлетова Л.А., Тазетдинов Б.И.
г.Бирск, ФГБОУ ВПО Бирский филиал БашГУ

Причины появления свободного газа на дне водоемов могут быть как природного характера (подводные грязевые вулканы, разломы осадочных пород), так и техногенного (аварии на подводных трубопроводах, буровых установках). Одним из следствий достаточно длительного пребывания газовых пузырьков в области высокого гидростатического давления является образование на их поверхности гидратной корки [1, 2, 4].

Рассмотрим процесс образования газогидрата на внутренней поверхности одиночного газового пузырька при его всплытии в неограниченном объеме жидкости. Примем, что основным механизмом образования гидрата является диффузионный перенос жидкости внутрь гидратной частицы. На границе контакта газа с водой будет образовываться гидратная корка. Будем полагать, что давление газовой фазы прослеживает за гидростатическим $p_g = p_l = p$, а температуру считаем однородной и равной температуре воды $T_g = T_l$. Здесь и в дальнейшем индексы *l*, *g*, *h* будем относить к параметрам воды, газа и гидрата.

Для теоретического описания процесса ось координат *z* направим вертикально вверх с началом в центре пузырька.

Полагаем, что газ не уходит за пределы гидратной корки и с течением времени переходит в состав газогидрата. Поэтому закон сохранения массы газа запишется как

$$\frac{4}{3}\pi a_{g0}^3\rho_{g0} = \frac{4}{3}\pi a_g^3\rho_g + \frac{4}{3}\pi(a_{gh}^3 - a_g^3)\rho_h^0 G \qquad (1)$$

где ρ_h^0 – плотность гидрата, G – массовое содержание газа в гидрате. Здесь и в дальнейшем дополнительный нижний индекс 0 соответствует исходным значениям параметров.

Уравнение диффузии в гидратной корке примем как

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} = D\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \rho}{\partial r}\right), \qquad a_g \le r \le a_{gh}\,, \tag{2}$$

где граничные условия имеют вид

$$r = a_g\,, \quad \rho_l^{'} = 0,$$

$$r = a_{gh}\,, \;\; \rho_l^{'} = \rho_l^{*}.$$

Здесь D – коэффициент диффузии гидратной корки на процесс переноса воды внутрь.

Считаем гидратную корку сплошной, уравнение неразрывности примет вид

$$\frac{\partial (1-m)\rho_h^0}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial t}\left((1-m)\rho_l^0 v_g r^2\right) = 0\,. \tag{3}$$

Квазистационарная скорость движения гидратной корки на внутренней поверхности получим как

$$v_g r^2 = C,\;\; r = a_{gh},\;\; v_c = \dot{a}_{gh}$$

$$\dot{a}_{gh}\, a_{gh} = C,\;\; v r^2 = \dot{a}_{gh}\, a_{gh},\;\; v_c = \dot{a}_{gh}\left(\frac{a_{gh}}{r}\right)^2$$

$$v_s = \frac{\partial a_{gh}}{\partial t}\left(\frac{a_{gh}}{r}\right)^2 \tag{4}$$

В составе газогидрата концентрация газа и воды подчиняются «стехиометрическому условию», поэтому интенсивности потребления газа j_g и воды j_l с интенсивностью образования гидрата j_h связаны как:

$$j_l = (1-G)\,j_h\,, \quad j_g = G j_h\,, \quad j_l = \frac{1-G}{G}\,j_g \tag{5}$$

Массовый расход газа и воды на гидратообразование на межфазной поверхности (газ-гидрат) определяются из закона Фика и условия баланса массы газа:

$$j_l = -D\left(\frac{\partial \rho_l^{*}}{\partial r}\right)_{a_g} \tag{6}$$

$$j_g = -\rho_h^0 G\left(v_s\,|_{a_g} - \frac{\partial a_g}{\partial t}\right) \tag{7}$$

Для всплывающей частицы примем закон изменения импульсов в виде [3]

$$\frac{\partial v(m_{gh}+\mu_{gh})}{\partial t}=F_A-F_T-F_C \tag{8}$$

где масса газогидратной частицы и присоединенная масса имеют вид

$$m_{gh}=\frac{4}{3}\pi(a_{gh}^3-a_g^3)\rho_h^0+\frac{4}{3}\pi a_g^3\rho_g\ ,\ \ \mu_{gh}=\frac{2}{3}\pi a_{gh}^3\rho_l^0$$

F_A, F_T, F_C - силы Архимеда, тяжести и гидродинамического сопротивления соответственно, которые находятся следующим образом:

$$F_A=\frac{4}{3}\pi a_{gh}^3\rho_l^0 g\ ,\ \ F_T=m_{gh}a_g\ ,\ \ F_c=\xi\pi a_{gh}^3\frac{\rho_l^0 v^2}{2}$$

$$\xi=\frac{12}{\mathrm{Re}}\left(1+0.241\mathrm{Re}^{0.687}\right),\quad \mathrm{Re}=\frac{2a_{gh}\rho_l^0 v}{\mu_l}.$$

Квазистационарное распределение плотности воды внутри гидратной частицы из (2) имеет вид

$$\rho_l^{'}=\rho_l^*+\frac{a_g\rho_l^*}{a_{gh}-a_g}\left(1-\frac{a_{gh}}{r}\right) \tag{9}$$

Уравнение (6) с учетом (8) примет вид

$$j_l=-\frac{Da_g a_{gh}\rho_l^*}{(a_{gh}-a_g)a_g^2}$$

$$j_l=-\frac{D\rho_l^*}{a_g^2\left(\frac{1}{a_g}-\frac{1}{a_{gh}}\right)} \tag{10}$$

Из уравнения (5) с учетом (6), (7), (4) и производной по времени (1) получим обыкновенное дифференциальное уравнение изменения внутреннего радиуса

$$\frac{da_g}{dt}=-\frac{1}{a_g^2}\frac{D^*\rho_l^0 G}{\rho_g(1-G)\left(\frac{1}{a_g}-\frac{1}{a_{gh}}\right)}, \tag{11}$$

здесь $D^* = D\rho_l^* / \rho_l^0$ -приведенный коэффициент диффузии.

Выражая дифференциальное уравнение изменения скорости всплытия частицы из (8) имеем

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_A - F_T - T_C}{m_{gh} + \mu_{gh}} \tag{12}$$

Принимая во внимание, что у всплывающей частицы параметры уравнений зависят от давления, учитывая определение скорости $dz/dt = v$ уравнения (11) и (12) будут образовывать замкнутую систему уравнений.

В работе построена математическая модель образования газогидратных частиц в процессе их всплытия. Полученная система дифференциальных уравнений описывает изменение радиуса внутренней поверхности гидратной частицы в случае диффузионного переноса жидкости внутрь, а также изменение скорости всплытия газогидратной частицы.

Литература

1. Бык С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. М.: Химия, 1980. 296 с.
2. Макогон Ю.Ф. Гидраты природных газов. М.: Недра, 1980. 208 с.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464 с.
4. Шагапов В.Ш., Тазетдинов Б.И., Нурисламов О.Р. К теории образования и разложения газогидратных частиц в процессе их всплытия в воде // Вестник томского государственного университета. Математика и механика. 2013. №6 (26). С. 106–113.