

## ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПИТАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ – СУБСТРАТА НА РОСТ МИКРООРГАНИЗМОВ

Садрисламов М.Ф., Бигаева Л.А., к.ф.-м.н., доцент,  
Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

**Аннотация.** Статья рассматривает ключевые аспекты динамики роста популяций микроорганизмов. Основное внимание уделяется дифференциальным уравнениям, связывающим плотность популяции с временем и скоростью роста.

**Ключевые слова:** Математическое моделирование, микроорганизмы, уравнение Моно, динамика роста.

В биотехнологии одним из ключевых процессов является развитие популяций микроорганизмов, что находит широкое применение в производстве различных биопродуктов, таких как антибиотики, ферменты и биотопливо. Понимание динамики роста таких популяций имеет большое значение для успешного моделирования данного процесса и оптимизации условий для применения микроорганизмов.

Основной моделью, описывающей динамику роста, является простейшее дифференциальное уравнение, которое связывает плотность (или биомассу) популяции со временем и скоростью роста. Это уравнение можно записать в следующем виде:

$$\frac{dx}{dt} = rx$$

Где  $x$  – концентрация биомассы,  $r$  – скорость роста,  $t$  – время.

Уравнение показывает, что изменение плотности популяции с течением времени пропорционально самой плотности и текущей скорости роста.

При положительной и постоянной скорости роста ( $r > 0$ ) популяция будет неограниченно расти, что в теории может привести к экспоненциальному

увеличению ее численности. Однако в реальных условиях фактором, ограничивающим бесконечный рост, являются ресурсы (питательные вещества, кислород и т. п.), а также метаболические отходы, которые могут оказывать негативное влияние на микроорганизмы.

Рассмотрим три состояния роста популяции:

1. Рост ( $r > 0$ ): В этом состоянии популяция увеличивается, так как скорость роста положительна. Это идеальный режим, которого стремятся достичь в биотехнологических процессах.
2. Стационарное состояние ( $r = 0$ ): В этом режиме плотность популяции остается неизменной, так как скорость роста уравнивается скоростью гибели микроорганизмов.
3. Снижение ( $r < 0$ ): В данном состоянии происходит уменьшение популяции. Это может возникнуть из-за дефицита питательных веществ, накопления токсичных веществ или интенсивной конкуренции.

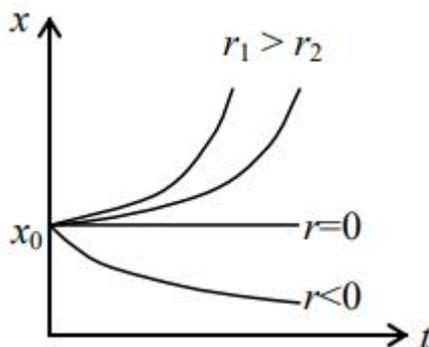


Рисунок 1 - Зависимость  $x$  от  $t$  при разных значениях  $r$

Вместо параметра  $r$  часто используют  $\mu$  - удельная скорость роста микроорганизмов.

$$\frac{dx}{dt} = \mu x$$

Зависимость скорости роста микроорганизмов ( $\mu$ ) от концентрации субстрата ( $s$ ) является важным аспектом биотехнологических процессов, и существуют различные модели для описания этой зависимости [2].

Согласно модели **Кобозева**, скорость роста ( $\mu$ ) прямо пропорциональна концентрации субстрата ( $s$ ). Это означает, что при увеличении концентрации

субстрата происходит увеличения скорости роста микроорганизмов. Формально это можно записать как:

$$\mu = k \cdot s$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. Эта модель предполагает, что микроорганизмы могут использовать весь доступный субстрат для роста, что приводит к линейному росту биомассы.

$$\frac{dx}{dt} = ksx$$

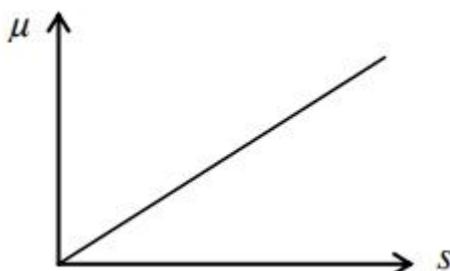


Рисунок 2 - Зависимость  $\mu(s)$  по модели Кобозева

В отличие от модели Кобозева, модель **Блэкмана** учитывает насыщение. При низких концентрациях субстрата скорость роста также пропорциональна концентрации. Однако по мере увеличения концентрации субстрата, когда она превышает определенный порог (обозначаемый как  $s^*$ ), скорость роста начинает стабилизироваться и перестает меняться. Данный процесс может быть представлено уравнением:

$$\mu = \begin{cases} ks, & s < s^* \\ ks^*, & s \geq s^* \end{cases}$$

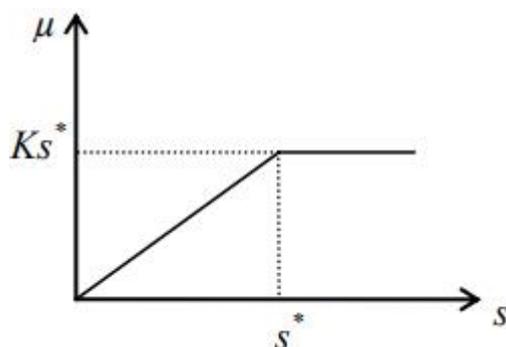


Рисунок 3 - Зависимость  $\mu(s)$  по модели Блэкмана

Среди наиболее известных моделей, описывающих зависимость  $\mu(s)$ , можно выделить модель Моно и модель Андрюса.

Модель **Моно**, в отличие от модели Блэкмана, подразумевает, что скорость роста приближается к порогу  $\mu_{max}$  более плавно. Эта модель часто используется для описания роста бактерий в среде с постоянной концентрацией субстрата.

$$\mu = \frac{\mu_{max} * S}{k_s + s}$$

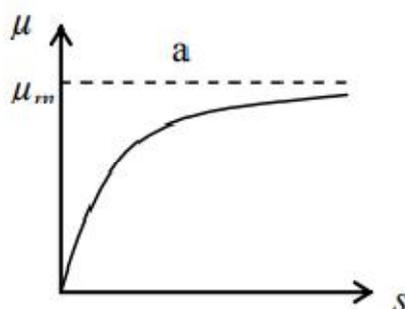


Рисунок 4 -Зависимость  $\mu(s)$  по модели Моно

Модель **Андрюса** учитывает эффект ингибирования при высоких концентрациях субстрата. Она показывает, что при слишком высоких значениях  $s$  скорость роста может начать снижаться[1].

$$\mu = \frac{\mu_{max} * S}{k_s + s + s^2/k}$$

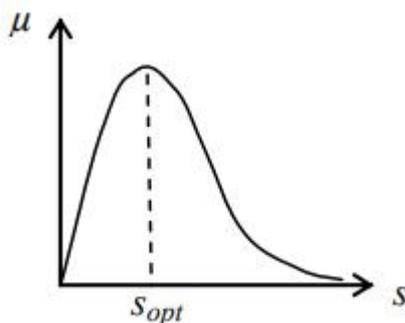


Рисунок 5 -Зависимость  $\mu(s)$  по модели Андрюса

### Литература

1. Дворецкий Д.С., Дворецкий С.И., Муратова Е.И., Ермаков А.А. Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем: Учеб.пособие. Тамбов: Изд. ТГТУ, 2005. 80 с.
2. Смит Дж. Модели в экологии. М.: Мир, 1976. 184 с.