МОДЕЛЬ СВЯЗИ ВЫРАБОТКИ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СРЕДСТВ: МАТЕМАТИКА В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СФЕРЕ

Дик Е.Н., канд.психол.н., доцент,
Арсланбекова С.А., канд.пед.н., доцент,
Багаутдинова И.И., канд.техн.н., ст. препод.
ФГБОУ ВО БГАУ, г. Уфа, Россия

Аннотация. В данной работе представлен анализ результатов линейной модели, описывающей зависимость между производственными средствами и суточной выработкой предприятия топливно-энергетического комплекса. Математическая обработка результатов эксперимента проводится методом корреляционного анализа величин, построением уравнения регрессии для прогнозирования зависимости производственных величин.

Ключевые слова: линейная модель, корреляционный анализ, уравнение регрессии, производственные средства, выработка предприятия.

Анализ данных является важным инструментом для понимания взаимосвязей между различными экономическими переменными. В данной работе мы рассматриваем линейную модель, которая позволяет исследовать связь между производственными средствами и суточной выработкой на примере данных, собранных с заводов. Производственные средства (обозначенные как X, млн. руб.) представляют собой капитальные вложения и ресурсы, необходимые для функционирования производственного процесса. Суточная выработка (обозначенная как Y, млн. руб.) отражает объем продукции, который завод способен произвести за один день.

Первоначально осуществляется сбор данных, рассчитываются вспомогательные величины и статистики, определяется коэффициент корреляции и составляется линейное уравнение регрессии. Затем оценивается надежность и достоверность уравнения регрессии и параметров, входящих в него. Это позволит сделать выводы о том, как изменения в производственных средствах могут влиять на уровень суточной выработки, что, в свою очередь, может помочь в принятии более обоснованных решений в области управления производством.

Представлены данные предприятий топливно-энергетического комплекса по производственным средствам X(млн.руб.)ипо суточной выработкеY (млн.руб.),приведенные в табл. 1 [1].

Таблица 1

X	48	49	50	52	53	54	57	60	63	65	68	80
Y	11	8	10	10	12	13	15	18	24	26	25	38

Первые вспомогательные расчеты проводим в табл. 2

Таблица 2

x_i	x_i-x	$(x_i$-$x)^2$	y_i	y_i-y	$(y_i$-$y)^2$	x^2	xy
48	-10,25	105,0625	11	-6,5	42,25	2304	528
49	-9,25	85,5625	8	-9,5	90,25	2401	392
50	-8,25	68,0625	10	-7,5	56,25	2500	500
52	-6,25	39,0625	10	-7,5	56,25	2704	520
53	-5,25	27,5625	12	-5,5	30,25	2809	636
54	-4,25	18,0625	13	-4,5	20,25	2916	702
57	-1,25	1,5625	15	-2,5	6,25	3249	855
60	1,75	3,0625	18	0,5	0,25	3600	1080
63	4,75	22,5625	24	6,5	42,25	3969	1512
65	6,75	45,5625	26	8,5	72,25	4225	1690
68	9,75	95,0625	25	7,5	56,25	4624	1700
80	21,75	473,0625	38	20,5	420,25	6400	3040
699	-	984,25	210	-	893	41701	13155

Средние значения по производственным средствам $\bar{x}$ и по суточной выработке$\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{12} \cdot 699 = 58,25$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{12} \cdot 210 = 17,5$$

Стандартное отклонение независимой переменной x -S_x, оно показывает, насколько значения x отклоняются от их среднего значения. Так же стандартное отклонение зависимой переменной y - S_y, оно показывает, насколько значения y отклоняются от их среднего значения:

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{\frac{1}{k-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{11} \cdot 984{,}25} = 9{,}46$$

$$S_y = \sqrt{S_y^2} = \sqrt{\frac{1}{k-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{11} \cdot 893} = 9{,}01$$

Среднее значение произведения независимой и зависимой переменных определяется по формуле:

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = \frac{1}{12} \cdot 13155 = 1096{,}25$$

Рассчитаем коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{S_x \cdot S_y} = \frac{1096{,}25 - 58{,}25 \cdot 17{,}5}{9{,}46 \cdot 9{,}01} = 0{,}9$$

Для того чтобы проверить значимость коэффициента корреляции, вычисляется расчетная статистика $t_{\text{р}}$:

$$t_p = \frac{|r|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0{,}9 \cdot \sqrt{12-2}}{\sqrt{1-0{,}9^2}} = 6{,}53$$

Для сравнения расчетной статистики со статистикой теоретической, используют табл. 3 критических точек распределения Стьюдента на уровне значимости α=0,05.

Таблица 3

Число степеней свободы k	Уровень значимости α
	0,05
10	2,2281

$$t_T = t_{\alpha;k} = t_{0{,}5;10} = 2{,}2281$$

Имеем сравнение статистикt_P и t_T: $t_P = 6{,}53,\ \ t_T = 2{,}2281,\ t_P > t_T;$

т. е $6{,}53 > 2{,}2281$. Доверительный интервал для коэффициента корреляции r:

$$r - t_y \cdot \sigma_r \le r \le r + t_y \cdot \sigma_r$$

$$0,9 - 2,26 \cdot 0,06 \leq r \leq 0,9 + 2,26 \cdot 0,06$$

$$0,7644 \leq r \leq 1,0356$$

По таблице функции Лапласа находим$t_y = 2,26$. Вычисляем среднюю квадратическую ошибку по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n-2}} = \frac{1 - 0,9^2}{\sqrt{12-2}} = 0,06$$

Найдем эмпирические линейные уравнения регрессии y на x и x на y, которые являются приближенными уравнениями для истинных уравнений регрессий.

Уравнение регрессии y на x:

$$y_x = \bar{y} + r \cdot \frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})$$

$$y_x = 17,5 + 0,9 \cdot \frac{9,01}{9,46}(x - 58,25)$$

$$y_x = 17,5 + 0,86x - 49,9$$

$$y_x = 0,86x + 67,4$$

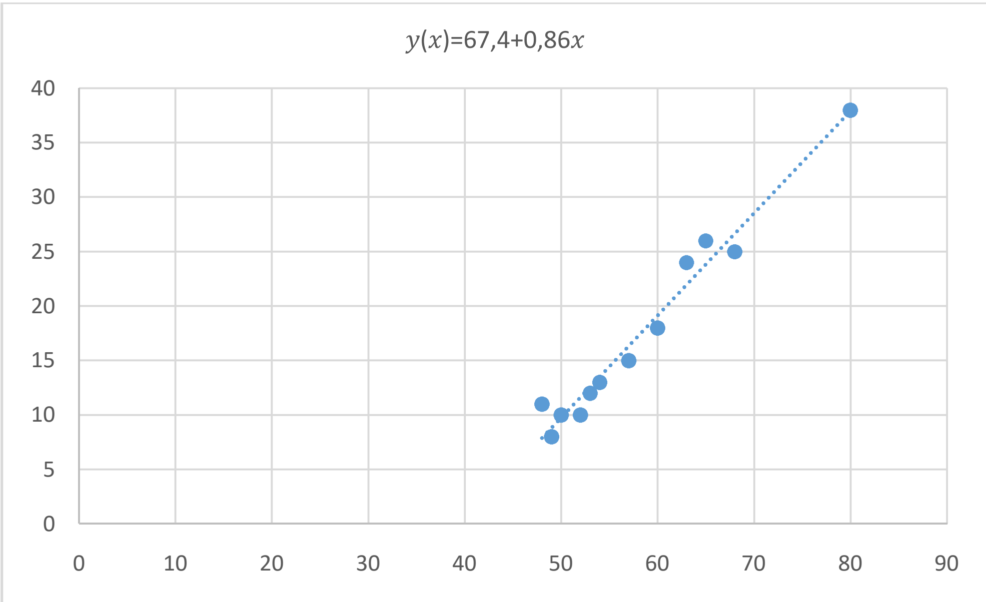

Рисунок 1- Линейная модель производственных средств в зависимости от суточной выработки в объеме производства

Из уравнения регрессии $y_x = 0,86x + 67,4$следует, что при увеличении максимальных производственных средств на 100ед. суточная выработка предприятия возрастает на 86 ед., согласно закономерностям изучаемого экспериментального процесса. На основе двенадцати значений построена линейная модель суточной выработки в зависимости от производственных средств. Данная математическая модель позволяет прогнозировать фонд производственных средств при текущей суточной выработке объема продукции. Проведенный анализ подчеркивает важность оптимизации распределения производственных средств для повышения эффективности работы заводов и увеличения их производственного потенциала.

Литература

1. В. И. Губин, В. Н. Осташков. Статистические методы обработки экспериментальных данных: Учеб. пособие для студентов технических вузов.— Тюмень: Изд-во «ТюмГНГУ», 2007.— 202 с.

2. Мурзина, Э. Ф. Эффективность использования междисциплинарных связей при обучении математике в вузе / Э. Ф. Мурзина // Вопросы современной науки: проблемы, тенденции и перспективы: Материалы VII международной научно-практической конференции, приуроченной к Году педагога и наставника, Новокузнецк, 08 декабря 2023 года. – Кемерово: Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 2023. – С. 91-93.

3. Мурзина, Э. Ф. Межпредметное взаимодействие математики и физики в аграрном вузе / Э. Ф. Мурзина // Управление в современных системах: Сборник трудов XIII Всероссийской (национальной) научно-практической конференции научных, научно-педагогических работников и аспирантов, Челябинск, 14 декабря 2023 года. – Челябинск: Южно-Уральский технологический университет, 2023. – С. 36-41.

4. Сагадеева, Э. Ф. Применение игровых методов в принятии экономических решений в аграрном производстве / Э. Ф. Сагадеева // Актуальные проблемы аграрной науки: прикладные и исследовательские аспекты: Сборник научных трудов Всероссийской (национальной) научно-практической конференции, Нальчик, 04–05 февраля 2021 года. Том I. – Нальчик: Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования "Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет имени В.М. Кокова", 2021. – С. 304-306.

5. Сагадеева, Э. Ф. Формирование модели матричной игры с природой / Э. Ф. Сагадеева // Состояние и перспективы увеличения производства высококачественной продукции сельского хозяйства: Материалы V Всероссийской научно-практической конференции, Уфа, 18–19 декабря 2015 года. – Уфа: Башкирский государственный аграрный университет, 2015. – С. 192-195.